2 Prova scritta Fisica : Maturità

Un condensatore è un sistema elettrico costruito in modo da avere una grande capacità. Più condensatori possono essere collegati tra loro per aumentare o diminuire la capacità disponibile.
Il candidato:
1. definisca la grandezza fisica " capacità elettrica di un conduttore, la sua unità di misura nel sistema S.I. e i suoi sottomultipli;
2. calcoli il raggio di un'ipotetica sfera conduttrice che abbia la capacità di un farad e commenti il risultato; come dato di riferimento prenda il raggio medio della terra di 6370Km;
3. descriva la struttura di un condensatore piano spiegando perchè essa permette d'aumentare, per quanto possibile, la capacità elettrica del sistema;
4. ricavi e commenti la formula per calcolare la capacità elettrica di un condensatore piano;
5. descriva almeno un'utilizzazione del condensatore in ambito scientifico o tecnologico;
6. disegni i simboli grafici di tre condensatori da 100□F collegati in modo da ottenere le capacità complessive di 150μF e di 300μF.

Ogni coppia di corpi conduttori, separati dallo spazio vuoto, o da un dielettrico, possiede una capacità. L'applicazione di una differenza di potenziale dà luogo ad una carica +q su un conduttore, -q sull'altro. Il rapporto tra valore assoluto della carica e valore assoluto della differenza di potenziale viene definito capacità del sistema.

$$C = \frac{q}{V_2 - V_1}$$

1uF
+q -q
V2-||-V1

L'unità di misura nel sistema S.I. è il Farad=1Coulomb/1Volt

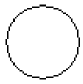
Sottomultipli

$1mF = 10^{-3}F$ $\quad 1pF = 10^{-12}F$

$1\mu F = 10^{-6}F$

$1nF = 10^{-9}F$

-2. Per una sfera di raggio R la capacità risulta:



$$C = \frac{Q}{V}$$

$$V = K \cdot \frac{Q}{R} \quad C = \frac{Q}{k \cdot \frac{Q}{R}} \quad C = \frac{R}{k}$$

$\varepsilon o = 8.859 \cdot 10^{-12}$nità S.I.

$$K = \frac{1}{4 \cdot \pi \, \varepsilon o} = 9.0 \cdot 10^{9}$$ nità S.I.

$$C = 4 \cdot \pi \, \varepsilon o \cdot R$$

Se C=1F

$$Rsfera := k \cdot C \quad Rsfera := 9 \cdot 10^{6} Km$$

$$Rterra := 6370 Km$$

Ordini di grandezza

$$Rsfera := 1 \cdot 10^{7} Km \quad Rterra := 10^{4} Km$$

$$Cterra := \frac{Rt}{k} \quad Cterra := 6,37 \cdot \frac{10^{6}}{9 \cdot 10^{9}}$$

$$Cterra := 707 \mu F$$

Ordini di grandezza

$$Cterra = 1000 \cdot 10^{-6} F \quad Cterra = 10^{-3} F$$

$$Csfera = 1F$$

La capacità della sfera è 1000

volte più grande della capacità della terra.

-3 Un condensatore è un sistema di due conduttori(armature)

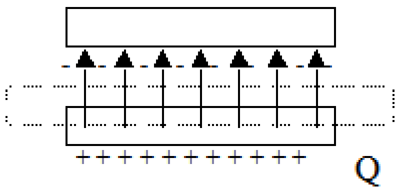
$$C = \frac{Q}{V}$$

Se il potenziale applicato tra le armature è uguale a 1V

$$C = \frac{Q}{1V}$$

In questo modo la capacità viene a rappresentare la quantità di elettricità che dobbiamo trasferire su un conduttore affinchè il suo potenziale aumenti di 1 Volt.
La capacità quindi dà una misura dell'attitudine che ha un conduttore ad immagazzinare carica ad una data differenza di potenziale. A parità di differenza di potenziale applicata, la capacità sarà tanto più grande quanto maggiore è la carica accumulata.

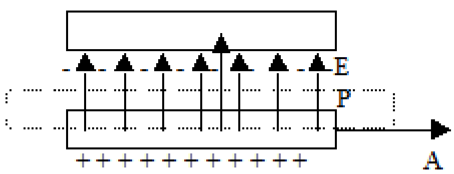
-4 Calcolo della capacità di un condensatore piano



Consideriamo due lastre infinitamente lunghe. Individuiamo una superficie a forma di parallelepipedo, sezione tratteggiata,all'interno della quale è contenuta la carica +Q.

Applicando il teorema di Gauss.

$$\phi e := \frac{Q}{\varepsilon o}$$



Sulle superfici laterali il flusso è uguale a zero

1 $\phi e := E \cdot A \cdot \cos\theta \qquad \theta := 90 \; \mathrm{Cos}\theta = 0$

Internamente $\theta := 0 \qquad \cos\theta = 1$

2 $\phi e := E \cdot A$

Uguagliando l'eq 1 con l'eq2

$$\frac{Q}{\varepsilon o} = E \cdot A \quad Q = \varepsilon o \cdot E \cdot A \quad E = \frac{V}{d}$$

$$C = \frac{Q}{V} = \varepsilon o \cdot E \cdot \frac{A}{E \cdot d} = \varepsilon o \cdot \frac{A}{d}$$

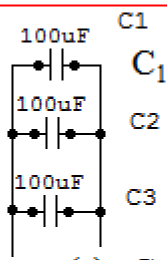
Questa equazione mostra come la capacità di un condensatore piano dipenda unicamente dal mezzo interposto tra le armature e dalla geometria del sistema.

SISTEMI UTILIZZABILI CONDENSATORI

Sintonizzatore d'antenna
Stabilizzatore di tensione

Collegamenti serie e parallelo

6 —

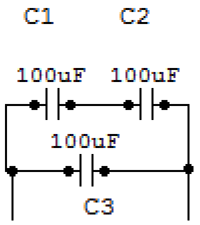


$$C_1 = C_2 = C_3 = 100\mu F$$

Si dimostra che nei collegamenti in parallelo vale l'eq 3

$$(3) \quad Ct = C_1 + C_2 + C_3 = 300\mu F$$

fig.a



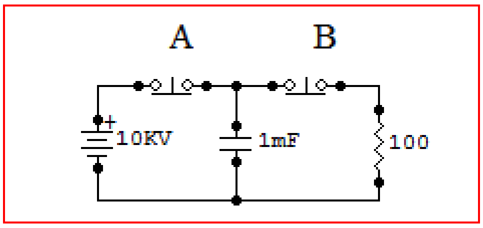
$$Ct = \left[\frac{(C_1 \cdot C_2)}{C_1 + C_2} + C3\right] (4)$$

Si dimostra che nel collegamento figura a vale l'eq 4

$$Ct = (50\mu F + 100\mu F) = 150\mu F$$

Il candidato risolva, infine, il seguente problema.

Un sistema di condensatori avente la capacità complessiva di 1mF, a cui è applicata la d.d.p. di 10KV, è fatto scaricare su un resistore con R=100Ω immerso in un litro di acqua distillata, alla temperatura di 20°C, contenuta in un recipiente isolato termicamente.
Il candidato calcoli, la temperatura finale dell'acqua, dopo che il sistema di condensatori si è completamente scaricato, e spieghi che cosa succederebbe se fosse raddoppiato il valore della resistenza.



Si apre il tasto B , si chiude il tasto A fino a caricare il condensatore.

Successivamente si apre il tasto A e si chiude il tasto B fino a scaricare completamente il condensatore.

$$C = \frac{q}{Vc} \qquad Vc = \frac{q}{C} \qquad Vc = Vr$$

$$\frac{q}{C} = R \cdot i \qquad i(t) = -\frac{d}{dt}q$$

$$\frac{q}{C} = -R \cdot \frac{d}{dt}q \qquad \frac{q}{C \cdot R} = -\frac{d}{dt}q$$

$$\frac{dq}{q} = \frac{-dt}{R \cdot C}$$

$$\int_{qo}^{q} \frac{1}{q}\, dq = \int_{0}^{t} \frac{-1}{R \cdot C}\, dt$$

$$\frac{q}{qo} = e^{\frac{-t}{R \cdot C}} \qquad q = qo \cdot e^{\frac{-t}{R \cdot C}}$$

$$Vc = \frac{q}{C} = \frac{qo}{C} \cdot e^{\frac{-t}{R \cdot C}}$$

$$i(t) = -\frac{d}{dt}q \qquad i(t) = \frac{qo}{R \cdot C} \cdot e^{\frac{-t}{R \cdot C}}$$

$$Vo := 10^4 \quad V \qquad Vo = \frac{qo}{C}$$

$$R := 100 \quad \Omega$$

$$i(t) := \frac{Vo}{R} \cdot e^{\frac{-t}{R \cdot C}} \qquad t = 0$$

$$i := \frac{Vo}{R}$$

$$i = 100 \quad A$$

La diminuzione della corrente nella carica,è del potenziale è del tipo esponenziale, con costante di tempo.

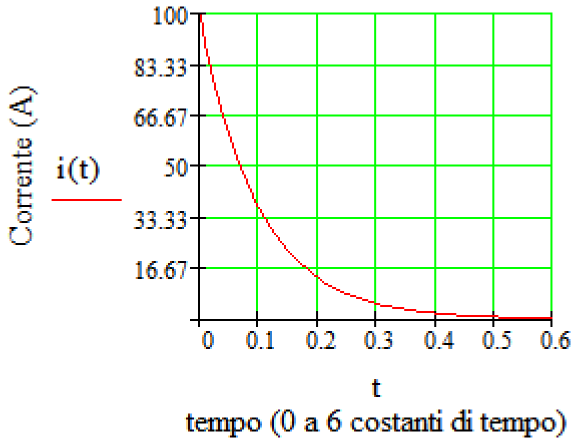
$$R := 100 \quad \Omega \qquad C := 1 \times 10^{-3} F$$

$\tau := R \cdot C$ Costante di tempo

$\tau = 0.1$ sec

$$t := 0, 10^{-2} .. 6\tau$$

$$i(t) := \frac{Vo}{R} \cdot e^{\frac{-t}{R \cdot C}}$$



La potenza istantanea dissipata su R vale:

$$Pr = R \cdot i^2(t) = \frac{Vo^2}{R} \cdot e^{-2 \cdot \frac{t}{R \cdot C}}$$

Nel processo viene dissipata l'energia

$$Wr(t) = \int_0^{\infty} Pr(t)\,dt = \int_o^{\infty} \frac{Vo^2}{R} \cdot e^{-2 \cdot \frac{t}{R \cdot C}}\,dt$$

$$Wr(t) = \frac{Vo^2}{R} \cdot \int_0^{\infty} e^{-2 \cdot \frac{t}{R \cdot C}}\,dt = 0 - \frac{(-R \cdot C)}{2} = Vo^2 \cdot R \cdot \frac{C}{2 \cdot R}$$

$t = \infty$ $\quad Wr = Vo^2 \cdot \frac{C}{2}$ $\quad Wr = 0.5 \cdot 10^5$ Joule

Dal principio di equivalenza tra lavoro meccanico e calore

$$\frac{L}{Q} = J \quad J = 4186 \ \frac{joule}{Kcal}$$

$$Q = .5 \cdot \frac{10^5}{4186} \quad Q = 11.9Kcal$$

Dalla relazione fondamentale della calorimetria

$$Q = Csp \cdot m \cdot \Delta t$$

$$Csp(H_2O) = 1 \frac{Kcal}{Kg°C}$$

$$1\,litro(H_2O) = 1Kg$$

$$\Delta t = \frac{Q}{Csp \cdot m} \qquad \Delta t := 11.9°C$$

Temperatura finale dell'acqua

$$Tf = To + \Delta t = 20°C + 11{,}9°C = 31.9°C$$

Se raddoppiamo il valore di R

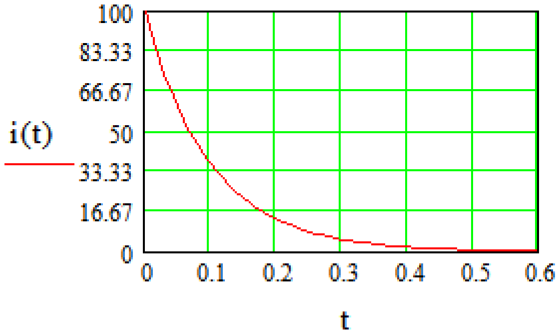
$$R1 := 200 \ \ \Omega \qquad C := 1 \cdot 10^{-3} \ \ F$$

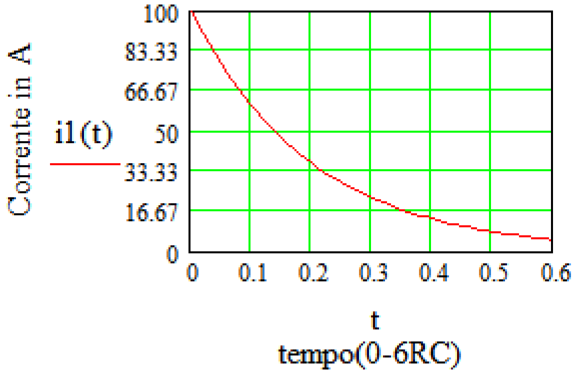
$$\tau t := R1 \cdot C$$

$$\tau t = 0.2 \quad sec$$

il condensatore si scarica più lentamente

$$i1(t) := \frac{Vo}{R} \cdot e^{\frac{-t}{\tau t}}$$





La temperatura raggiunta dall'acqua

$t = \infty$ risulta la stessa.