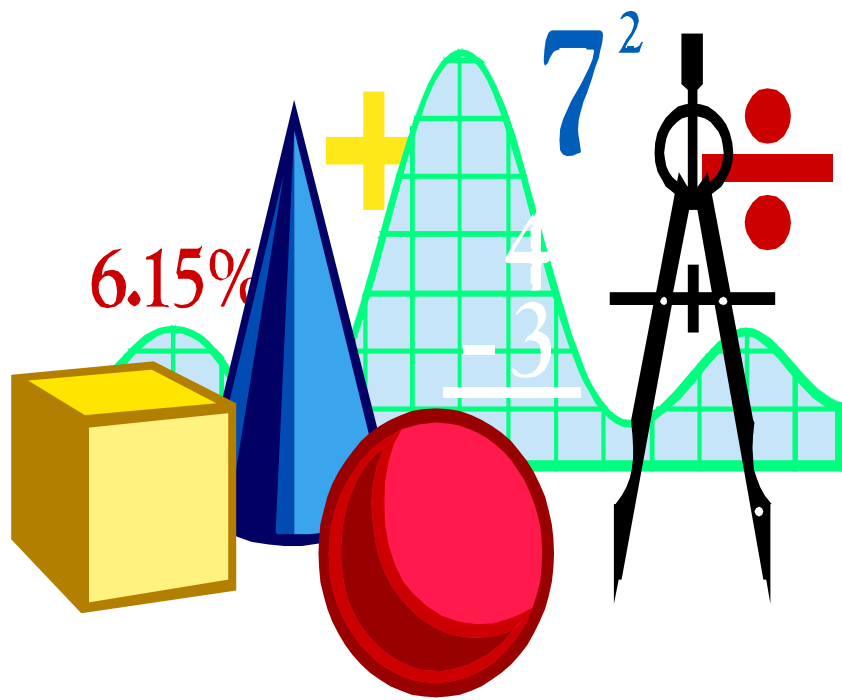
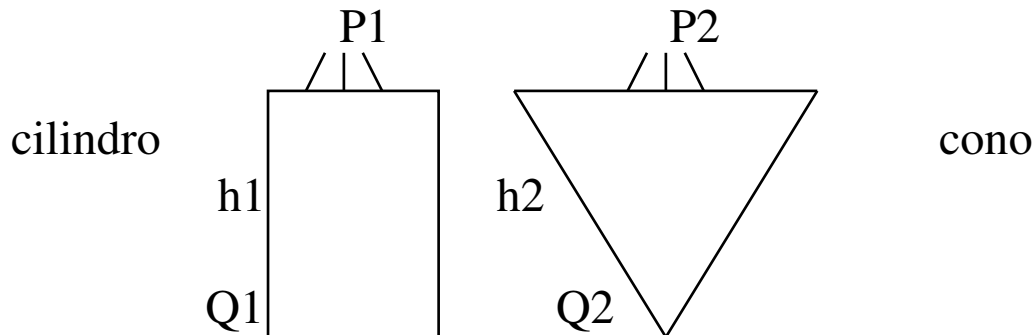


RELAZIONE DI SISTEMI



PROBLEMA:



Trovare l' equazione dell' altezza del cilindro e del cono e disegnare il grafico relativo all' altezza in funzione del tempo e quello della velocità, tenendo conto che:

$$h_2 = 10 \text{ m}; \quad Q_1 = Q_2 = 200 \text{ m}^3 \quad P_1 = P_2 = 10 \text{ m}^3 / \text{sec};$$

$$h_1 =$$

CILINDRO

La portata è definita come il rapporto fra la quantità d' acqua ed il tempo ($P = Q/t$), perciò a sua volta la quantità d' acqua è uguale a ($Q = P * t$).

Q non è altro che il volume del cilindro, perciò $Q = V = 3,14 * r^2 * h$. Il raggio non lo conosco, ma lo posso ricavare dalla formula del volume, infatti $r = \sqrt{V/(3,14 * h)}$. Sostituendo i valori ottengo che il raggio del cilindro è uguale a $r = 2,54 \text{ m}$.

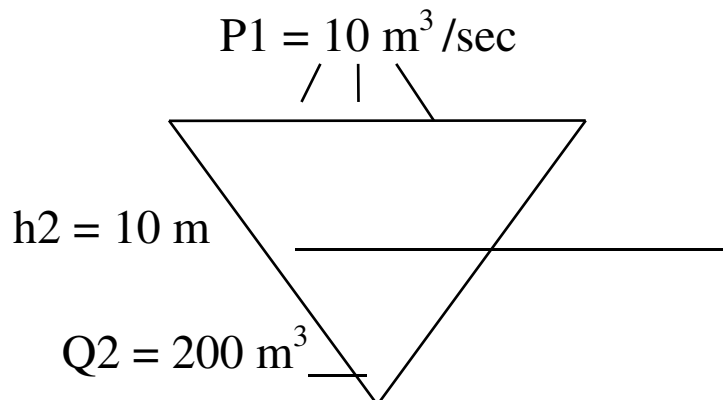
A questo punto posso scrivere che $3,14 * r^2 * h = P * t$ e da questa formula mi ricavo l' equazione dell' altezza:

$$h = P/(3,14 * r^2) * t.$$

Dato che la portata ($P_1 = 10 \text{ m}^3/\text{sec}$), pigreco, ed il raggio ($r = 2,54$) non variano per qualunque valore di tempo, posso chiamare il $P/(3,14 * r^2)$, k, perciò l' equazione dell' altezza in funzione del tempo diventa:

$$h = k * t.$$

CONO

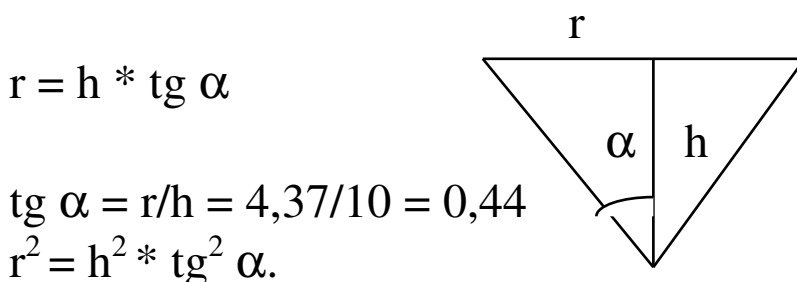


La portata è definita dal rapporto fra la quantità d' acqua ed il tempo ($P = Q/t$), da questa ricavo che $Q = P * t$.

La quantità d' acqua è rappresentata dal volume del cono, perciò:
 $Q = V = 1/3 * 3,14 * r^2 * h$.

Il raggio della base lo ottengo dall' equazione del volume, infatti:
 $r = \sqrt[3]{3 * Q / (3,14 * h)}$, sostituendo i numeri ottengo che il raggio è uguale a $r = 4,37 \text{ m}$.

Il raggio del cono però, non è, a differenza di quello del cilindro, sempre uguale, ma varia a seconda dell' altezza dell' acqua e per ricavarlo bisogna far ricorso alla trigonometria:



$$r = h * \text{tg } \alpha$$

$$\text{tg } \alpha = r/h = 4,37/10 = 0,44$$

$$r^2 = h^2 * \text{tg}^2 \alpha.$$

Ora sostituisco nella formula $1/3 * 3,14 * r^2 * h = P * t$, l' equazione $r^2 = h^2 * \text{tg}^2 \alpha$ (che vale per ogni valore del raggio in funzione dell' altezza), ed ottengo: $1/3 * 3,14 * h^3 * \text{tg}^2 \alpha = P * t$; a questo punto ricavo l' equazione dell' altezza che è:

$$h = \sqrt[3]{3 * P * t / (3,14 * \text{tg}^2 \alpha)}$$

OSSERVAZIONI FINALI

Dall' esame di questa esperienza posso dedurre che:

- nel caso del cilindro l' altezza varia linearmente in funzione del tempo con velocità costante;
- nel caso del cono l' altezza varia in modo non lineare descrivendo una curva con una velocità che partendo da un valore massimo, decresce lentamente.